حل أسئلة المراجعة

أسس الاحصاء | علمي

الباب الأول

س1) جميع القيم التالية لا يمكن أن تكون قيمة لاحتمال أي حدث $\sqrt{2}$ ، 0.2- ، $\sqrt{3}$ ، 1.02 عدا 0.2- ...... (X)

الحل .... جميع القيم لا تمثل قيمة احتمالية لانها لا تحقق شرط الاحتمال $0 \leq P(A) \leq 1$

س2) إذا كان A ، B حدثين متنافيين وكان $P(A) = 0.7$ ، $P(B) = 0.2$ فإن احتمال حدوث أحد الحدثين على الأقل يساوي 0.9 . .... $(\surd)$

الحل .. $P(A \cap B) = 0$ ، $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$P(A \cup B) = 0.7 + 0.2 = 0.9$$

س3) في تجربة إلقاء قطعتي نقود معاً ، حدث الحصول على وجهين على الأكثر هو حدث مؤكد . ... $(\surd)$

الحل ... $S = \{ HH ، HT ، TH ، TT \}$ ، $A = S$

س4) في تجربة إلقاء (3) قطع نقدية معاً ، فإن حدث الحصول على اكثر من ثلاثة أوجه هو حدث مؤكد .... (X)

الحل .... $A = \emptyset$ ، $S = \{HHH ، HHT ، HTH ، HTT ، THH ، THT ، TTH ، TTT\}$

حدث مستحيل وليس مؤكد

س5) إذا كان A حدث من فراغ العينة S ، وكان $P(A) = 1$ ، فإن A حدث مؤكد .... $(\surd)$

الحل .... لانه إذا كان $P(A) = P(S) = 1 \leftrightarrow A = S$ من مسلمات الاحتمال $P(S) = 1$

س6) إذا كان B ، A حدثين مستقلين فإن $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$ ..... (X)

الحل ...... $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ قانون ضرب الاحتمالات تقاطع وليس اتحاد

س7) عدد الطرق التي يمكن بها تكوين عدد مكون من 3 أرقام (خانات) من بين الأرقام من 1 إلى 4 مع عدم السماح بالتكرار هو 64 . ... (X)

الحل ....

باستخدام القانون .... $n \geq r$ ، $\text{عدد الطرق} = P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$

$n = 4$ ، $r = 3$ حيث ...... $\text{عدد الطرق} = P_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$

باستخدام الآلة الحاسبة ...

$\text{عدد الطرق} = \boxed{4} \to \boxed{Shift} \to \boxed{(\times)} \to \boxed{3} \to \boxed{=} \to \boxed{24}$

س8) إذا تم إلقاء قطعتي نقود معاً فإن احتمال ظهور وجهين متشابهين يساوي 0.25 ..... $(\surd)$

الحل .... $S = \{HH ، HT ، TH ، TT\}$ ، $n(S) = 4$

$A = \{HH\}$ ، $n(1) \to P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4} = 0.25$

س9) عند إلقاء مكعب نرد مرة واحدة فإن احتمال الحصول على عدد أكبر من 4 يساوي 0.83 ..... (X)

الحل .... $S = \{1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6\}$ ، $n(S) = 6$

$A = \{5 ، 6\}$ ، $n(A) = 2 \to P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.3$

الحل .... $P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$

س10) إذا كان A ، B حدثين متنافيين فإن $P(A \cap B) = \emptyset$ ...... (X)

الحل ... بما أن الحدثين متنافيين فإن احتمالهم يساوي صفر أي أن :

$P(A \cap B) = 0$

س11) إذا كان D أي حدث من فراغ العينة S فإن $0 \leq P(D) \leq 1$ ...... (X)

الحل .... $P(D) \in [0 ، 1]$ أو $0 \leq P(D) \leq 1$

س12) أي عملية يعرف مسبقاً كل النتائج التي يمكن الحصول عليها ولا يمكن أن نحدد بشكل أكيد نتيجتها قبل أن يتم إجراؤها تسمى فراغ العينة ...... (X)

الحل .... تسمى تجربة عشوائية

س 13) تعتمد نظرية الاحتمالات على التجارب العشوائية ..... $(\surd)$

س14) إذا كان B يمثل أي حدث من فراغ العينة والحدث $\grave{B}$ يمثل الحدث المكمل له فإن $B \cap \grave{B} = S$ ..... (X)

الحل .. من شروط الحدث المكمل ان يكون : $B \cap \grave{B} = \emptyset$ كذلك $B \cup \grave{B} = S$

س15) الاحتمال : هو مقياس غير عددي يعبر عن ثقتنا في إمكانية ظهور حدث ما غير مؤكد الحدوث عند إجراء تجربة معينة ..... (X)

الحل .... هو مقياس عددي يُعبر عن مدى ثقتنا في إمكانية حدوث شيء غير مؤكد الوقوع .

س16) حدث ظهور العدد 5 عند إلقاء مكعب نرد مرة واحدة هو حدث مركب ... (X)

الحل .... $S = \{1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6\}$ ، $A = \{5\} \rightarrow n(A) = 1$
أي حدث يحتوي على عنصر واحد فقط او نتيجة واحدة فقط هو حدث بسيط

س17) عندما لا توجد أي نتيجة من نتائج فراغ العينة تحقق حدثاً ما فإن هذا الحدث يسمى حدثاً مستحيلاً ...... $(\surd)$

الحل ... لانه فعلاً الحدث المستحيل هو الحدث الذي لا يحتوي على أي نتيجة من نتائج فراغ العينة

س18) فراغ العينة لتجربة إلقاء قطعة واحدة من النقود مرتين متتاليتين يختلف عن فراغ العينة لتجربة إلقاء قطعتي نقود معاً ..... (X)

الحل ... لا يختلف أي أن : رمي قطعة نقود مرتين ≡ رمي قطعتي نقود مرة واحدة

س19) إذا كان A حدث مستحيل فإن احتمال حدوثه يساوي $\emptyset$ ...... (X)

الحل ... إذا كان $A = \emptyset$ فإن احتمال حدوثه يساوي صفر أي أن :
$P(A) = P(\emptyset) = 0$ من مسلمات الاحتمال .

س20) الحدث الذي يحتوي على كل نتائج فراغ العينة هو حدث مؤكد ... (√)

س21) إذا كان A ، B حدثين وكان ظهور أحدهما لا يؤثر ولا يتأثر بظهور أو عدم ظهور الآخر فإنهما يكونان حدثين متنافيين .... (X)

الحل ... يكونان حدثان مستقلان .

س22) إذا سألنا شخصين عن رأيهما في قضية معينة وكان لكل شخص ان يُجيب بنعم أو لا أو الامتناع عن الإجابة فإن عدد النتائج الممكنة يساوي 9

الحل ... باستخدام القانون

$$\text{عدد النتائج} = n^r = 3^2 = 3 * 3 = 9$$

باستخدام الآلة الحاسبة ....

عدد النتائج = $\boxed{3} \to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{2} \to \boxed{=} \to \boxed{9}$

س23) إذا ألقينا مكعبي نرد معاً وكان الحدث (A) هو الحصول على مجموع أكبر من (10) فإن احتمال الحدث (A) يساوي .... $0.083 = \frac{1}{12} = \frac{3}{36}$.

الحل .. $S = \{(1 ، 1) ، (1 ، 2) ، (1 ، 3) ، \dots\dots\dots ، (6 ، 6)\}$ ، $n(S) = 36$

$$A = \{(5 ، 6) ، (6 ، 5) ، (6 ، 6)\} ، n(A) = 3 \leftrightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{36} = \frac{1}{12} = 0.083$$

س24) إذا كان $P(A) = \frac{2}{3}$ ، $P(B) = \frac{3}{4}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ ، فإن A ، B حدثان ...... مستقلان

الحل ... نثبت أن الطرفين متساويين حتى نستطيع القول بأنهما مستقلان

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

س25) عدد الطرق التي يمكن بها تكوين عدد مكون من رقمين من بين الأرقام من (0) إلى (8) مع عدم السماح بالتكرار يساوي 72

الحل ... $n = 9$ ، $r = 2$

طالما طلب عدم السماح بالتكرار معناها نشتغل على التباديل

باستخدام القانون : $n \geq r$ ، $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$ = عدد الطرق

$P_r^n = P_2^9 = \frac{9!}{(9-2)!} = 72$ = عدد الطرق

باستخدام الآلة الحاسبة :

عدد الطرق = $\boxed{9} \rightarrow \boxed{Shift} \rightarrow \boxed{(\times)} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{72}$

س26) العدد الكلي للنتائج الممكنة عند إلقاء (3) مكعبات نرد وقطعتي نقود غير متحيزة على أرض مستوية يساوي 864

الحل .... باستخدام القانون ...

العدد الكلي = $n^r = 6^3 \cdot 2^2 = 216 * 4 = 864$

باستخدام الآلة الحاسبة ..

العدد الكلي = $\boxed{6} \rightarrow \boxed{x^{\blacksquare}} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{*} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{x^{\blacksquare}} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{864}$

س27) إذا كان $P(A) = \frac{1}{2}$ ، $P(B) = \frac{1}{3}$ ، $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ فإن B ، Aحدثان ..... متنافيان

الحل ... نثبت أن طرفي المعادلة متساويان

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \leftrightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

نوحد المقامات للطرف الأيمن نتحصل على الآتي

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} * \frac{3}{3} + \frac{1}{3} * \frac{2}{2} \leftrightarrow \frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \rightarrow \frac{5}{6} = \frac{5}{6}$$

س28) عدد الطرق التي يمكن بها تكوين رقم من ثلاث خانات باستخدام الأعداد : 1، 2 ، 3 ، 4 (مع السماح بالتكرار) يساوي 64

الحل ..باستخدام القانون

$r = 3$ ، $n = 4$ طالما السماح بالتكرار نطبق قاعدة الضرب :

$$\text{عدد الطرق} = n^r = 4^3 = 4*4*4 = 64$$

باستخدام الآلة الحاسبة ..

عدد الطرق = $\boxed{4} \rightarrow \boxed{x^{\blacksquare}} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{64}$

س29) إذا ألقينا مكعبي نرد معاً فإن احتمال الحصول على نتائج متشابهة يساوي .... $P(A) = \frac{6}{36}$

الحل ... نكون فراغ العينة كالتالي :

$S = \{(1 ، 1) ، (1 ، 2) ، (1 ، 3) ، \ldots \ldots \ldots ، (6 ، 6)\}$ ، $n(S) = 36$

حدث النتائج المتشابهة :

$A = \{(1 ، 1) ، (2 ، 2) ، (3 ، 3) ، (4 ، 4) ، (5 ، 5) ، (6 ، 6)\}$ ، $n(A) = 6 \leftrightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

س30) إذا كان A ، B حدثين مستقلين ومعرفين على نفس فراغ العينة ، وكان $P(A) = 0.5$ ، $P(B) = 0.4$ فإن $P(A \cap B)$ يساوي 0.2

الحل ... $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

$$(A \cap B) = 0.5 * 0.4 = 0.2$$

س31) في تجربة إلقاء (3) قطع نقدية معاً ، حدث الحصول على أربعة أوجه هو حدث ..... مستحيل .

س32) إذا علمت أن احتمال نجاح طالب ما في مادة الإحصاء يساوي 0.70 واحتمال نجاحه في مادة الرياضة يساوي 0.65 ، واحتمال نجاحه في إحدى المادتين على الأقل يساوي 0.83 فإن احتمال نجاحه في المادتين معاً يساوي ... 0.52 .

الحل ...بفرض أن حدث نجاح الطالب في الإحصاء : A $\leftarrow P(A) = 0.70$

بفرض أن حدث نجاح الطالب في الرياضة : B $\qquad P(B) = 0.65 \leftarrow$

بفرض نجاح الطالب في إحدى المادتين على الأقل : $A \cup B$

$P(A \cup B) = 0.83$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.83 = 0.70 + 0.65 - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = 1.35 - 0.83 = 0.52$$

س33) عند إلقاء ثلاث قطع من العملة المعدنية معاً ، فإن احتمال الحصول على وجهين أو أقل يساوي .... $P(A) = \frac{7}{8}$.

الحل .... نكتب فراغ العينة كالتالي :

$S = \{HHH ، HHT ، HTH ، HTT ، THH ، THT ، TTH ، TTT\}$ ، $n(S) = 8$

حدث الحصول على وجهين او أقل :

$A = \{HHT ، HTH ، HTT ، THH ، THT ، TTH ، TTT\}$ ، $n(A) = 7$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{8} = 0.875$$

س34) إذا علمت أن عدد النتائج الكلية لتجربة إلقاء مكعب نرد مع عدد من قطع النقود يساوي 192 فإن عدد قطع النقود يساوي ... $n = 5$

الحل ... نفرض عدد قطع النقود : n

$$\text{عدد النتائج} = r_1 \cdot r_2 \leftrightarrow 6^1 \cdot r_2 = 192 \rightarrow r_2 = \frac{192}{6} = 32$$

$$n = 5 \;\therefore \leftarrow\; 2^n = 2^5$$

س35) في تجربة اختيار ثلاثة طلبة من مجموعة مختلطة وتصنيفها من حيث الجنس (ذكر ، أنثى) فإن عدد عناصر فراغ العينة لهذه التجربة يساوي ..... $n(S) = 8$.

الحل ... بفرض أن الذكر : b $\qquad$ بفرض أن الأنثى : g

$S = \{bbb ، bbg ، bgb ، bgg ، gbb ، gbg ، ggb ، ggg\}$ ، $n(S) = 2^3 = 8$

$\therefore\; n(S) = 8$ عدد عناصر فراغ العينة .

س36) إذا كان B ، A حدثين مستقلين من فراغ العينة S وكان : $P(A) = 0.64$ ، $P(B) = 0.25$ فإن $P(A \cup B)$ يساوي 0.73

الحل ... $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

بما أن الأحداث مستقلة فإن : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$\therefore P(A \cup B) = 0.64 + 0.25 - (0.64 * 0.25) \rightarrow P(A \cup B) = 0.89 - 0.16 = 0.73$

س37) إذا كان B ، A حدثين مستقلين فإن احتمال وقوع أحدهما على الأقل هو : $P(A \cup B)$.

الحل ...

$$1)\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$2)\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - [P(A) \cdot P(B)]$$

$$3)\ P(A \cup B) = P(A) + P(B)[1 - P(A)]$$

س38) في تجربة إلقاء مكعب نرد مرة واحدة فإن احتمال الحصول على عدد أكبر من 2 يساوي ...... $P(A) = \frac{4}{6}$.

الحل .... نكون فراغ العينة : $S = \{1 ، 2 ، 3 ،4 ، 5 ، 6\}$ ، $n(S) = 6$

حدث الحصول على عدد أكبر من 2 : $A = \{3 ، 4 ، 5 ، 6\}$ ، $n(A) = 4$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.67$$

س39) إذا كان B ، A حدثين مستقلين ومعرفين على نفس فراغ العينة وكان $P(A) = 0.5$ ، $P(B) = 0.4$ فإن $P(A \cap B)$ يساوي 0.20

الحل ... $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \ \rightarrow \ P(A \cap B) = 0.5 * 0.4 = 0.20$

س40) احتمال حدوث الحدث البسيط يساوي .... $\frac{1}{n(S)}$

الحل ... الحدث البسيط هو الحدث الذي يحتوي على عنصر واحد فقط من عناصر فرا غ العينة أي عدد عناصره عنصر واحد فقط $n(A) = 1$ فإن احتمال حدوثه يساوي : $P(A) = \frac{1}{n(S)}$

س41) في تجربة إلقاء قطعتي نقود معاً كان الحدث A هو حدث الحصول على وجهين والحدث B هو حدث الحصول على ظهرين فإن B ، A حدثان ....
متنافيان .

الحل ... $S = \{HH ، HT ، TH ، TT\}$

حدث الحصول على وجهين : A ← $A = \{HH\}$

حدث الحصول على ظهرين : B ← $B = \{TT\}$

$A \cap B = \emptyset$ ← ∴ الحدثان B ، A متنافيان .

س42) إذا كان B ، A حدثين متنافيين وكان $P(A) = 0.5$ ، $P(A \cup B) = 0.9$ فإن قيمة $P(B)$ يساوي 0.4

الحل ... $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ، $P(A \cap B) = 0$

$$0.9 = 0.5 + P(B) \rightarrow P(B) = 0.9 - 0.5 = 0.4$$

س43) المجموعة التي تحتوي على جميع النتائج الممكنة الحدوث عند إجراء تجربة عشوائية تساوي .... فراغ العينة S

س44) إذا كان B ، A حدثين مستقلين وكان $P(B) = 0.8$ واحتمال وقوعهما معاً $= 0.16$ فإن $P(A)$ يساوي 0.2

الحل ... $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

$$0.16 = P(A) * 0.8 \rightarrow P(A) = \frac{0.16}{0.8} = 0.2$$

س45) عندما يكون لكل نتائج التجربة العشوائية نفس فرصة الظهور ، فإن احتمال حدوث الحدث $P(A)$ هو : $\frac{n(A)}{n(S)}$

الحل .... من شروط الطريقة التقليدية لحساب الاحتمالات أن تكون العناصر متنافية ومتساوية الفرصة في الظهور أي ان احتمال ظهور أي حدث يساوي

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{عدد النتائج التي تحقق الحدث } A}{\text{عدد النتائج الكلية للتجربة}}$$

س46) إذا كان $A = \emptyset$ فإن الحدث المكمل له $\acute{A}$ يساوي .... S

الحل ... بما ان الحدث المؤكد والحدث المستحيل حدثان مكملان لبعضهما البعض أي أن : $A = \emptyset \leftrightarrow \acute{A} = \acute{\emptyset} = S$

س47) عند إلقاء مكعب نرد وقطعتي نقود معاً مرة واحدة فإن العدد الكلي للنتائج الممكنة يساوي ... 24

الحل ... عدد نتائج التجربة الأولى : $n_1 = 6$

عدد نتائج التجربة الثانية : $n_2 = 4$

العدد الكلي للنتائج الممكنة : $n(S) = n_1 * n_2 \rightarrow n(S) = 6 * 4 = 24$

س48) المتغير العشوائي هو دالة نطاقها فراغ العينة ومداها فئة الأعداد : الحقيقية .

س49) تجربة عشوائية ما ، تتم في مرحلتين كان عدد النتائج التي نتحصل عليها في المرحلة الأولى n_1 وعدد النتائج التي نتحصل عليها في المرحلة الثانية n_2 فإن عدد النتائج الكلية لهذه التجربة يساوي .... $n_1 * n_2$

س50) إذا كان B ، A حدثين من نفس فراغ العينة S ، ولايمكن ان نحصل عليهما معاً في نفس الوقت فإن B ، A حدثان ... متنافيان

س51) احتمال حدوث أي حدث يجب ان يكون : $0 \le P(A) \le 1$

الحل ... من مسلمات الاحتمال ... $0 \le P(A) \le 1$ ①

② $0 \le P \le 1$

③ $P(A) \in [0 ، 1]$

س52) عند إلقاء مكعب نرد مرة واحدة فإن احتمال الحصول على رقم فردي أو رقم أكبر من 3 يساوي ..... $\frac{5}{6}$

الحل .. نكون فراغ العينة ... $S = \{1، 2 ،3 ، 4، 5، 6\} ، n(S) = 6$

حدث الحصول على رقم فردي ... $A = \{1 ، 3 ، 5\} ، n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

حدث الحصول على رقم أكبر من 3 ... $B = \{4 ، 5 ، 6\} ، n(B) = 3$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

حدث تقاطعهم : $A \cap B = \{5\} ، n(A \cap B) =$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} = 0.83$$

س53) إذا كان B ، A حدثين متنافيين فإن احتمال ظهور الحدث A أو ظهور الحدث B يساوي ... $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

س54) صندوق به 6 كرات بيضاء و9 كرات زرقاء وتم سحب كرتين عشوائياً مع الإرجاع فإن احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء والثانية زرقاء يساوي ... $\frac{6}{25}$

الحل ... نفرض ان الكرة البيضاء A : $P(A) = \frac{6}{15}$

نفرض أن الكرة الزرقاء B : $P(B) = \frac{9}{15}$

السحب تم مع الإرجاع فإن الأحداث تكون مستقلة :

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{6}{15} * \frac{9}{15} = \frac{54}{225} = \frac{6}{25} = 0.24$$

س55) إذا القينا 3 قطع نقدية معاً فإن احتمال الحصول على نتائج متشابهة او وجه واحد يساوي ...... $\frac{5}{8}$

الحل ... $S = \{HHH، HHT، HTH ، HTT ، THH ، THT ، TTH ، TTT\} ، n(S) = 8$

حدث *الحصول على نتائج متشابهة* A :

$$A = \{HHH ، TTT\} ، n(A) = 2 \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{8}$$

حدث الحصول على وجه واحد :

$$B = \{HTT ، THT ، TTH\} ، n(B) = 3 \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

حدث تقاطعهم : $A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$

$\therefore$ الاحتمال المطلوب يكون كالتالي :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \rightarrow P(A \cup B) = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} = 0.625$$

س56) إذا كان C ، D حدثين مستقلين فإن احتمال ظهور C ، D معاً هو :

$$P(C \cap D) = P(C) * P(D)$$

س57) إذا ألقينا مكعبي نرد معاً فإن احتمال الحصول على نتائج متشابهة أو مجموع مجموع أكبر من أو يساوي 10 على المكعبين يساوي .... $\frac{5}{18}$

الحل ... $S = \{(1 ،1) ، (1 ، 2) ، (1 ، 3) ، (1 ، 4) ... ... ، (6 ، 6)\} ، n(S) = 36$

حدث الحصول على نتائج متشابهة ..... A

$A = \{(1 ، 1) ، (2 ،2) ، (3 ،3) ، (4 ،4) ، (5،5) ، (6 ،6)\} ، n(A) = 6$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36}$$

حدث الحصول على مجموع أكبر من أو يساوي 10 .... B

$B = \{(4 ،6) ، (5 ،5) ، (5،6) ، (6 ،4) ، (6 ،5) ،(6 ،6)\} ، n(B) = 6$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36}$$

حدث تقاطعهم : $A \cap B = \{(5 ،5) ، (6 ،6)\} ، n(A \cap B) = 2$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{2}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{6}{36} + \frac{6}{36} - \frac{2}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} = 0.28$$

س58) إذا ألقينا قطعتين من النقود معاً فإن احتمال الحصول على وجه أو أقل يساوي : $\frac{3}{4}$

الحل ... $S = \{HH ، HT ، TH ، TT\} ، n(S) = 4$

حدث الحصول على وجه أو أقل A ... $n(A) = 3$ ، $A = \{HT ، TH ، TT\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4} = 0.75$$

س59) الحدث المكمل للحدث المؤكد هو الحدث : المستحيل .

س60) إذا علمت أن : $P(A) = 0.5$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ ، $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$

فإن $P(B)$ يساوي : $\frac{1}{2}$

الحل ... بما أن الأحداث مستقلة ..

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

بالتعويض في القانون نتحصل على قيمة $P(B)$ كما يلي :

$$\frac{5}{6} = 0.5 + P(B) - \frac{1}{6} \rightarrow P(B) = \frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

س61) إذا علمت ان احتمال أن ينجح طالب ما في مادة الإحصاء يساوي 0.60 ، واحتمال أن ينجح في مادة اللغة الإنجليزية هو B واحتمال أن ينجح في إحدى المادتين على الأقل 0.89 فإن احتمال نجاحه في مادة اللغة الإنجليزية يساوي : $\frac{29}{40}$

الحل ..... نفرض أن الإحصاء :A $P(A) = 0.60$

نفرض أن اللغة الإنجليزية : B $P(B) = ?$

نفرض أن نجاح الطالب في إحدى المادتين : $A \cup B$ $P(A \cup B) = 0.89$

نفرض ان نجاح الطالب في المادتين معاً : $A \cap B$

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

بالتعويض في القانون كما يلي ..

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.89 = 0.60 + P(B) - [0.60 * P(B)] \leftrightarrow P(B) = \frac{0.29}{0.40} = \frac{29}{40} = 0.725$$

الباب الثاني

س62) إذا كان الجدول التالي يمثل توزيعاً احتمالياً متقطعاً :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.1	K	0.2	2K	0.1

فإن قيمة (K) تساوي 0.3 . (X)

الحل ... من شروط دالة كتلة الاحتمال نجد أن .. $\sum f(x) = 1$

$$0.1 + K + 0.2 + 2K + 0.1 = 1 \rightarrow 3K = 0.6 \rightarrow K = \frac{0.6}{3} = 0.2$$

س63) من شروط دالة كتلة الاحتمال صفر $= \sum f(x)$ لجميع قيم x . (X)

الحل ... $\forall_x$ ؛ $\sum f(x) = 1$

س64) إذا كانت دالة كتلة الاحتمال للمتغير العشوائي المتقطع X كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & ، \quad x = 0 ، 1 ، 2 ، 3 \\ 0 & ، \quad Otherwise \end{cases}$$

فإن $P(X \geq 2)$ يساوي : $\frac{1}{2}$

الحل ... $P(X \geq 2) = P(x = 2) + P(x = 3) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$

س65) إذا كان x متغيراً عشوائياً له دالة كتلة احتمال معرفة على النحو التالي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & ، \quad x = 0 ، 2 \\ \frac{1}{2} & ، \quad x = 1 \\ 0 & ، \quad Otherwise \end{cases}$$

فإن $P(x \geq 0)$ يساوي : 1

الحل .... $P(x \geq 0) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)$

$$P(x \geq 0) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{4}{4} = 1$$

س66)

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0.25	-0.8	0.03	0.1	1.43

الجدول السابق لا يمثل توزيع احتمالي والسبب هو : أسباب كثيرة



الحل ... $1)\ P(x = 0) = -0.8$ احتمال بالسالب

$2)\ P(x = 3) = 1.43$ أكبر من الواحد

$3)\ \sum f(x) \neq 1$

س67) إذا ألقينا قطعة نقود أربع مرات وكان المتغير العشوائي (X) يمثل عدد المرات التي نتحصل فيها على وجه فإن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي x هي :

$x = 0، 1، 2، 3 ، 4$

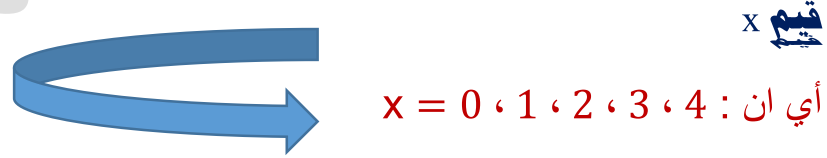
الحل ..

$n(S) = 2^4 = 16$ ⟵ **المتغير العشوائي** X **يمثل**

عدد مرات ظهور الصورة H= **من خلال جدول التوزيع الاحتمالي نتحصل على**



قيم x



أي ان : $x = 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4$

س68) إذا كانت دالة كتلة الاحتمال للمتغير العشوائي المتقطع X كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{K} & ، \quad x = 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 \\ 0 & ، \quad \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

فإن قيمة K تساوي : 6

الحل ... من شروط دالة كتلة الاحتمال ← $\sum f(x) = 1$

$P(x=1)+P(x=2)+P(x=3)+P(x=4)+P(x=5)+P(x=6)=1$

$$\frac{1}{K}+\frac{1}{K}+\frac{1}{K}+\frac{1}{K}+\frac{1}{K}+\frac{1}{K}=1$$

$$\frac{6}{K}=1 \leftrightarrow K=6$$

س69) إذا القينا قطعة نقود واحدة مرتين ، وكان المتغير العشوائي (X) يمثل عدد مرات ظهور الوجه فإن قيمة (X) تساوي : $x = 0 ، 1 ، 2$

الحل ... $S = \{HH ، HT ، TH ، TT\} ، n(S) = 2^2 = 4$

جدول التوزيع الاحتمالي :

x	0	1	2
$f(x)$	0.25	0.5	0.25

∴ قيم x التي يأخذها المتغير العشوائي هي $x = 0 ، 1 ، 2$

إذا كان X متغيراً عشوائياً له دالة توزيع احتمالي متقطع كالتالي :

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{C} & ، \quad x = 0 ، 2 \\ \frac{4}{C} & ، \quad x = 1 ، 3 \\ 0 & ، \quad \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

س70) من المعلومات السابقة فإن قيمة C تساوي : 10

الحل .... $\sum f(x) = 1$

$P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)+P(x=3)=1$

$$\frac{1}{C}+\frac{4}{C}+\frac{1}{C}+\frac{4}{C}=1 \leftrightarrow \frac{10}{C}=1 \rightarrow C=10$$

س71) من المعلومات السابقة فإن $P(x=4)$ يساوي : صفر

الحل ... بما أن رقم 4 غير موجود بالجدول فبالتالي يعتبر حدث مستحيل واحتمال حدوثه صفر

س72) من المعلومات السابقة فإن $P(2 \leq X \leq 3)$ يساوي : 0.5

الحل ... $P(2 \leq X \leq 3) = P(x = 2) + P(x = 3)$

$$P(2 \leq X \leq 3) = \frac{1}{10} + \frac{4}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0.5$$

إذا كان X متغيراً عشوائياً متقطع توزيعه الاحتمالي كالتالي :

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.1	K	0.3	L	0.2

وكان $P(x \leq 3) = 0.8$

س73) من المعلومات السابقة فإن قيمة K تساوي : 0.4

الحل ... $P(x \leq 3) = 0.8$

$$P(x = 1) = P(x = 2) + P(x = 3) = 0.8$$

$$0.1 + K + 0.3 = 0.8 \leftrightarrow K = 0.8 - 0.4 = 0.4$$

$$\boxed{K = 0.4 \ \therefore}$$

س74) من المعلومات السابقة فإن قيمة L تساوي : صفر

الحل .. من شروط دالة كتلة الاحتمال $\leftarrow \sum f(x) = 1$

$$P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) + P(x = 4) + P(x = 5) = 1$$

$$0.1 + K + 0.3 + L + 0.2 = 1 \leftrightarrow 0.1 + 0.4 + 0.3 + L + 0.2 = 1$$

$$1.0 + L = 1 \rightarrow L = 1 - 1 = 0$$

$$\boxed{L = 0 \ \therefore}$$

تم إلقاء قطعة نقدية واحدة ثلاث مرات متتالية وكان المتغير العشوائي X يمثل عدد المرات التي نحصل فيها على ظهر

س75) من المعلومات السابقة القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي X تساوي : $x = 0 ، 1 ، 2 ، 3$

الحل ... نكون فراغ العينة كما يلي ...

$S = \{HHH ، HHT ، HTH ، HTT ، THH ، THT ، TTH ، TTT\} ، n(S) = 2^3 = 8$

نكون جدول التوزيع الاحتمالي :

x	0	1	2	3
$f(x)$	$1/8$	$3/8$	$3/8$	$1/8$

س76) من المعلومات السابقة فإن $P(x = 1)$ يساوي : $\frac{3}{8}$

الحل .. من الجدول أعلاه نجد أن .. $P(x = 1) = \frac{3}{8} = 0.375$

س77) من المعلومات السابقة فإن $P(0 < X \leq 2)$ يساوي : $\frac{6}{8}$

الحل ... $P(0 < X \leq 2) = P(x = 1) + P(x = 2)$

$$P(0 < X \leq 2) = \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0.75$$

س78) من المعلومات السابقة فإن $P(x > 2)$ يساوي : $\frac{1}{8}$

الحل ... من خلال الجدول أعلاه نجد ان :

$P(x > 2) = P(x = 3) \rightarrow P(x > 2) = \frac{1}{8} = 0.125$

الباب الثالث

س79) إذا علمت أن $P(0 \le Z \le 1.15) = 0.3749$ فإن $P(Z \le 1.15)$ يساوي 0.8749. ($\surd$)

الحل ...

باستخدام القانون : $P(Z \le a) = 0.5 + P(0 \le Z \le a)$

$$P(Z \le 1.15) = 0.5 + P(0 \le Z \le 1.15) = 0.5 + 0.3749 = 0.8749$$

باستخدام الآلة الحاسبة :

$$\boxed{mode} \to \boxed{3} \to \boxed{AC} \to \boxed{Shift} \to \boxed{1} \to \boxed{5} \to \boxed{1} \to \boxed{(1.15)} \to \boxed{=} \to \boxed{0.8749}$$

س80) عدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X في توزيع ذات الحدين يساوي $n + 1$. ($\surd$)

الحل ... مثلا لدينا مسألة في توزيع ذات الحدين : $n = 4$ أي أن

$x = 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4$ حيث يعني أن عدد قيم المتغير العشوائي يساوي 5

$$x = n + 1 \to x = 4 + 1 = 5$$

س81) إذا علمت أن $P(0 \le Z \le 2.5) = 0.4938$ ، فإن $P(-2.5 \le Z \le 2.5)$ يساوي 0.8976 (X)

الحل ....

باستخدام القانون : $P(-a \le Z \le a) = 2 * P(0 \le Z \le a)$

$$P(-2.5 \le Z \le 2.5) = 2 * P(0 \le Z \le 2.5) = 2 * 0.4938 = 0.9876$$

باستخدام الآلة الحاسبة....

$$\boxed{mode} \to \boxed{3} \to \boxed{AC} \to \boxed{Shift} \to \boxed{1} \to \boxed{5} \to \boxed{2} \to \boxed{(2.5)}$$
$$\to \boxed{*} \to \boxed{2} \to \boxed{=} \to \boxed{0.98758}$$

س82) تجربة ذات الحدين هي التي يكون فيها احتمال النجاح غير ثابت في جميع المحاولات . (X)

الحل ... احتمال النجاح (P) ثابت في جميع المحاولات .

س83) ألقي مكعب نرد (6) مرات فإن احتمال الحصول على العدد (4) ثلاث مرات هو : 0.5358

الحل ... المعطيات : $\mathrm{n} = 6$ ، $\mathrm{P} = \frac{1}{6}$ ، $q = 1 - P \leftrightarrow q = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

المطلوب : $\mathrm{P}(x = 3)$.?

باستخدام القانون :

$$\mathrm{f}(x) = \mathrm{C}_x^n \cdot P^x \cdot q^{n-x} \text{ ، } x = 0 \text{ ، } 1 \text{ ، } 2 \ldots \ldots . \text{ ، } \mathrm{n}$$

$$\mathrm{P}(x = 3) = \mathrm{C}_3^6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{6-3} = 0.0536$$

باستخدام الآلة الحاسبة :

$$\mathrm{f}(x) = \boxed{6} \to \boxed{Shift} \to \boxed{(\div)} \to \boxed{3} \to \boxed{\times} \to \boxed{(} \to \boxed{\frac{1}{6}} \to \boxed{)}$$
$$\to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{3} \to \boxed{\times} \to \boxed{(} \to \boxed{\frac{5}{6}} \to \boxed{)} \to \boxed{x^{\blacksquare}}$$
$$\to \boxed{3} \to \boxed{=} \to \boxed{\frac{625}{11664}} \to \boxed{S \leftrightarrow D} \to \boxed{0.0536}$$

س84) إذا ألقينا قطعة نقود (4) مرات فإن احتمال ظهور الوجه مرة واحدة أو أقل يساوي : 0.3125

الحل ...

المعطيات . n=4 ، $q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ → $q = 1 - P$ ، $P = \frac{1}{2}$

المطلوب : $P(x \leq 1) = ?$

باستخدام القانون :

$$f(x) = C_x^n \cdot P^x \cdot q^{n-x} \quad ، x = 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، \dots\dots ، n$$

$$P(x \leq 1) = P(x = 0) + P(x = 1)$$

$$P(x \leq 1) = C_0^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{4-0} + C_1^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{4-1}$$

$$P(x \leq 1) = 0.0625 + 0.25 = \frac{5}{16} = 0.3125$$

باستخدام الآلة الحاسبة :

$$P(x \leq 1) = \boxed{4} \to \boxed{Shift} \to \boxed{(\div)} \to \boxed{0} \to \boxed{(\times)} \to \boxed{\left(\frac{1}{2}\right.} \to \boxed{\quad)}$$
$$\to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{0} \to \boxed{(\times)} \to \boxed{\left(\frac{1}{2}\right.} \to \boxed{\quad)} \to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{4}$$
$$\to \boxed{(+)} \to \boxed{4} \to \boxed{Shift} \to \boxed{(\div)} \to \boxed{1} \to \boxed{(\times)}$$
$$\to \boxed{\left(\frac{1}{2}\right.} \to \boxed{\quad)} \to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{1} \to \boxed{(\times)} \to \boxed{\left(\frac{1}{2}\right.} \to \boxed{\quad)}$$
$$\to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{3} \to \boxed{=} \to \boxed{0.3125} \to \boxed{\frac{5}{16}}$$

س85) عند إلقاء مكعب نرد (3) مرات ، احتمال الحصول على عدد زوجي مرة واحدة يساوي : 0.375

الحل ... المعطيات

$A = \{2 ، 4 ، 6\} ، n(A) = 3 \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6}$ ، $n = 3$

$S = \{1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6\} ، n(S) = 6$

$q = 1 - P \rightarrow q = 1 - \frac{3}{6} = \frac{3}{6}$

المطلوب : $P(x = 1) = ?$

باستخدام القانون ... $P(X = x) = C_x^n \cdot P^x \cdot q^{n-x} ، x = 0 ، 1 ،,,,,,,، n$

$$P(x = 1) = C_1^3 \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^{3-1} ، x = 0 ، 1 ، 2 ، 3$$

$$P(x = 1) = \frac{3}{8} = 0.375$$

باستخدام الآلة الحاسبة ...

$P(x = 1) = \boxed{3} \rightarrow \boxed{Shift} \rightarrow \boxed{(\div)} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{(\times)} \rightarrow \boxed{\left(\frac{3}{6}\right.} \rightarrow \boxed{\ )}$

$\rightarrow \boxed{x^{\blacksquare}} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{(\times)} \rightarrow \boxed{\left(\frac{3}{6}\right.} \rightarrow \boxed{\ )} \rightarrow \boxed{x^{\blacksquare}} \rightarrow \boxed{2}$

$\rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{\frac{3}{8}} \rightarrow \boxed{0.375}$

س86) شارك (6) طلبة في امتحان لمادة الرياضيات وكان احتمال النجاح (0.4)، فإن احتمال أن لا ينجح أحد في هذا الامتحان يساوي : 0.046656

الحل .. هذا السؤال يُحل بطريقتين :

الطريقة الأولى :

المعطيات .. $P = 0.4 ، n = 6$

$q = 1 - P \rightarrow q = 1 - 0.4 = 0.6$

المطلوب ... $P(x = 0)$ ؟.

باستخدام القانون ..

$$P(X=x)=C_x^n \cdot P^x \cdot q^{n-x} \text{ ، } x=0\text{، }1\text{ ، }2\text{ ، }....\text{ ، }n$$

$$P(x=0)=C_0^6 \cdot (0.4)^0 \cdot (0.6)^{6-0}=(0.6)^6=0.046656$$

باستخدام الآلة الحاسبة ..

$$P(x=0)=\boxed{6}\rightarrow\boxed{Shift}\rightarrow\boxed{\div}\rightarrow\boxed{0}\rightarrow\boxed{\times}\rightarrow\boxed{(0.4}\rightarrow\boxed{x^{\blacksquare}}$$
$$\rightarrow\boxed{0}\rightarrow\boxed{\ \ )}\rightarrow\boxed{\times}\rightarrow\boxed{(0.6}\rightarrow\boxed{x^{\blacksquare}}\rightarrow\boxed{6}\rightarrow\boxed{\ \ )}$$
$$\rightarrow\boxed{=}\rightarrow\boxed{\frac{729}{15625}}\rightarrow\boxed{0.046656}$$

الطريقة الثانية :

المعطيات .. $n=6$ ، $P=0.6$

$q=1-P \rightarrow q=1-0.6=0.4$

المطلوب .. $P(x=6)$.؟

باستخدام القانون ...

$$P(x=6)=C_6^6 \cdot (0.6)^6 \cdot (0.4)^{6-6}=(0.6)^6=\frac{729}{15625}=0.046656$$

باستخدام الآلة الحاسبة ...

$$P(x=6)=\boxed{6}\rightarrow\boxed{Shift}\rightarrow\boxed{\div}\rightarrow\boxed{6}\rightarrow\boxed{\times}\rightarrow\boxed{(0.6}\rightarrow\boxed{x^{\blacksquare}}$$
$$\rightarrow\boxed{6}\rightarrow\boxed{\ \ )}\rightarrow\boxed{\times}\rightarrow\boxed{(0.4}\rightarrow\boxed{x^{\blacksquare}}\rightarrow\boxed{0}\rightarrow\boxed{\ \ )}$$
$$\rightarrow\boxed{=}\rightarrow\boxed{\frac{729}{15625}}\rightarrow\boxed{0.046656}$$

س87) اشترك (10) طلبة في امتحان في مادة الفيزياء فإذا كان احتمال النجاح في هذا الامتحان (0.60) فإن احتمال أن ينجح (6) طلبة في الامتحان يساوي :

0.2508

الحل ... المعطيات ..

$P = 0.60$ ، $n = 10$

$q = 1 - P \rightarrow q = 1 - 0.60 = 0.40$

المطلوب ...? $P(x = 6)$

باستخدام القانون ...

$$f(x) = C_x^n \cdot P^x \cdot q^{n-x} \text{ ، } x = 0 \text{ ،} 1 \text{ ، } \dots \dots \text{ ، } n$$

$$P(x = 6) = C_6^{10} \cdot (0.60)^6 \cdot (0.40)^{10-6} = 0.2508$$

باستخدام الآلة الحاسبة ..

$P(x = 6) = \boxed{10} \rightarrow \boxed{Shift} \rightarrow \boxed{(\div)} \rightarrow \boxed{6} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{(0.60} \rightarrow \boxed{\ \ )} \rightarrow \boxed{x^{\blacksquare}}$
$\rightarrow \boxed{6} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{(0.40} \rightarrow \boxed{\ \ )} \rightarrow \boxed{x^{\blacksquare}} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{0.2508}$

س88) ليست من شروط دالة كتلة الاحتمال لتوزيع ذات الحدين : أسباب كثيرة

الحل ... أي شرط بإستثناء الشروط الاتية ..

① المحاولات مستقلة عن بعضها البعض .

② احتمال النجاح P ثابت في جميع المحاولات .

③ $P + q = 1$.

④ تُجرى التجربة عدة مرات (n) .

⑤ يتحدد بمعلمتين $(n$ ، $P)$.

⑥ نتيجة كل محاولة إما نجاح P أو فشل q .

بصيغة أخرى مثلاً نختار ...

① كل محاولة غير مستقلة عن الأخرى .

② احتمال النجاح متغير في كل محاولة .

③ تُجرى التجربة مرة واحدة ز

④ يتحدد بمعلمتين $(n$ ، $q)$.

س89) إذا كانت نسبة الوحدات التالفة في إنتاج آلة معينة هو (0.03) ، وتم فحص عينة مكونة من (100) وحدة فإن الوسط الحسابي للوحدات التالفة يساوي : $\mu = 3$

الحل ..

المعطيات : $P = 0.03$ ، $n = 100$ ، $\mu = ?$

$$\mu = n * P \rightarrow \mu = 100 * 0.03 = 3$$

س90) في توزيع ذات الحدين إذا كانت $q = \frac{6}{7}$ ، $n = 42$ فإن (μ) يساوي : 6

الحل ...

المعطيات : $n=42$ ، $q = \frac{6}{7}$

$$P = 1 - q = 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$$

المطلوب .. قيمة μ (الوسط الحسابي) .؟

$$\mu = n * P \rightarrow \mu = 42 * \frac{1}{7} = 6$$

س91) إذا علمت أن X متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي قدرهُ 36 وتباين قدرهُ 16 فإن القيمة المعيارية Z المقابلة للقيمة $X = 33$ تساوي : $-\frac{3}{4}$

الحل ....

المعطيات .. $\mu = 36$ ، $\sigma^2 = 16$ ، $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{16} = 4$

$Z = ?$ ، $X = 33$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0 ، 1)$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{33 - 36}{\sqrt{16}} = \frac{-3}{4} = -0.75$$

س92) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع طبيعي بمتوسط حسابي قيمته 45 وتباين 16 فإن احتمال أن تكون قيمة المتغير العشوائي X أكثر من 41 تساوي ...0.8413... علماً بأن :

$P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$ ، $P(0 \leq Z \leq 0.4) = 0.1554$

الحل ...

المعطيات .. $\mu = 45$ ، $\sigma^2 = 16$ ، $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{16} = 4$

المطلوب .. $P(X > 41)$.؟

باستخدام القانون .. عملية المعايرة هي : $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N(0 ، 1)$

$$P(x > c) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} > \frac{c-\mu}{\sigma}\right) = P(Z > -a) = 0.5 + P(0 \leq Z \leq a)$$

$$P(X > 41) = P\left(\frac{x--45}{4} > \frac{41-45}{4}\right) =$$

$$P(Z > -1.00) = 0.5 + P(0 \leq Z \leq 1.00) = 0.5 + 0.3413 = 0.8413$$

باستخدام الآلة الحاسبة ...

$P(x > 41) = \boxed{Mode} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{AC} \rightarrow \boxed{Shift} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{5} \rightarrow \boxed{1}$
$\rightarrow \boxed{1.00} \rightarrow \boxed{\ \ )} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{0.84134}$

س93) إذا كان X متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين σ^2 فإن المساحة التي على يسار المتوسط الحسابي تساوي : $\frac{1}{2} = 0.5$

الحل .. من خواص التوزيع الطبيعي المساحة على يمين المنحنى = المساحة على يسار المنحنى = 0.5

س94) في توزيع ذات الحدين إذا كان المتغير العشوائي (X) يأخذ القيمة (0) فإن هذا يعني أن عدد المحاولات : فاشلة

س95) إذا علمت ان درجات الطلاب في مقرر مادة الإحصاء تخضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط 70 ن وتباين 16 فإن احتمال أن تكون درجات الطلاب أكبر من 78 درجة تساوي ...... علماً بأن $P(0 \leq Z \leq 2)$ 0.023

الحل .... باعتبار أن X م . ع . يمثل درجات الطلاب

المعطيات .. $\mu = 70$ ، $\sigma^2 = 16$ ، $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{16} = 4$

المطلوب ... $P(X > 78)$ ؟

باستخدام القانون : $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N(0 ، 1)$

$$P(X > 78) = P\left(\frac{x-70}{4} > \frac{78-70}{4}\right) = P(Z > 2.00)$$
$$= 0.5 - P(0 \le Z \le 2.00) = 0.5 - 0.477 = 0.023$$

باستخدام الآلة الحاسبة :

$P(X > 78) = \boxed{mode} \to \boxed{3} \to \boxed{AC} \to \boxed{Shift} \to \boxed{1} \to \boxed{5} \to \boxed{3}$
$\to \boxed{((78-70)} \to \boxed{-} \to \boxed{4} \to \boxed{)} \to \boxed{=} \to \boxed{0.023}$

س96) إذا كانت نسبة الإنتاج التالف بمصنع ما هي 5 % وتم اختيار عينة عشوائية حجمها 10 وحدات من إنتاج هذا المصنع فإن احتمال أن تكون 3 وحدات منها تالفة يساوي : 0.01047

الحل ...

المعطيات ... $P = 0.05$ ، $n = 10$ ، $q = 1 - 0.05 = 0.95$

المطلوب ... $P(x = 3)$ ؟.

باستخدام القانون ...

$$P(X = x) = C_x^n \cdot P^x \cdot q^{n-x} \quad ، x = 0 ، 1 ، 2 \ldots \ldots ، n$$
$$P(x = 3) = C_3^{10} \cdot (0.05)^3 \cdot (0.95)^{10-3} = 0.01047$$

باستخدام الآلة الحاسبة ...

$P(x = 3) = \boxed{10} \to \boxed{Shift} \to \boxed{\div} \to \boxed{3} \to \boxed{\times} \to \boxed{(0.05} \to \boxed{x^{\blacksquare}}$
$\to \boxed{3)} \to \boxed{\times} \to \boxed{(0.95} \to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{7)} \to \boxed{=}$
$\to \boxed{0.010475}$

س97) إذا علمت أن المساحة من 0 إلى 1.32 =0.4066 وذلــكــــــ من خلال جدول Z فإن $P(Z \le 1.32)$ يساوي : 0.9066

الحل ...

المعطيات .... $P(0 \le Z \le 1.32) = 0.4066$

المطلوب ... $P(Z \le 1.32)$.؟

باستخدام القانون ...

$$P(Z \le 1.32) = 0.5 + P(0 \le Z \le 1.32) = 0.5 + 0.4066 = 0.9066$$

باستخدام الآلة الحاسبة ..

$$P(Z \le 1.32) = \boxed{mode} \to \boxed{3} \to \boxed{AC} \to \boxed{Shift} \to \boxed{1} \to \boxed{5}$$
$$\to \boxed{1} \to \boxed{(1.32} \to \boxed{=} \to \boxed{0.90658}$$

س98) إذا كانت أعمار مجموعة من المصابيح الكهربائية تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 2.4 وبتباين يساوي 4 فإذا تم اختيار مصباح كهربائي عشوائياً فإن احتمال أن يكون عمرهُ أكثر من 2.4 يساوي : 0.5

الحل ...

المعطيات ....

بفرض أن X م . ع يمثل أعمار المصابيح حيث تتبع التوزيع الطبيعي أي أن :

$$X \sim N(2.4 \text{ ، } 4)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{4} = 2 \text{ ، } \quad \sigma^2 = 4 \text{ ، } \quad \mu = 2.4$$

المطلوب ... $P(X > 2.4)$.؟

باستخدام القانون ... $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N(0 \text{ ،} 1)$

$$P(X > 2.4) = P\left(\frac{x-2.4}{2} > \frac{2.4-2.4}{2}\right) = P(Z > 0) = 0.5 = \frac{1}{2}$$

باستخدام الآلة الحاسبة ..

$$P(X > 2.4) = \boxed{mode} \to \boxed{3} \to \boxed{AC} \to \boxed{Shift} \to \boxed{1} \to \boxed{5}$$

$$\to \boxed{3} \to \boxed{((2.4} \to \boxed{-} \to \boxed{2.4} \to \boxed{)} \to \boxed{\frac{\square}{\square}} \to \boxed{2} \to \boxed{)}$$

$$\to \boxed{=} \to \boxed{0.5}$$

س99) إذا اشترك 5 طلبة في امتحان قبول بإحدى الكليات الجامعية ، وكان احتمال النجاح 0.3 فإن احتمال أن ينجح طالبان فقط في هذا الامتحان يساوي : 0.3087

الحل ... المعطيات ...

$q = 1 - P \leftrightarrow q = 1 - 0.3 = 0.7$ ، $P = 0.3$ ، $n = 5$

المطلوب ... $P(x = 2)$.؟

باستخدام القانون ... $P(X = x) = C_x^n \cdot P^x \cdot q^{n-x}$ ، $x = 0 ، 1 ، 2 \dots \dots ، n$

$$P(x = 2) = C_2^5 \cdot (0.3)^2 \cdot (0.7)^{5-2} = \frac{3087}{10000} = 0.3087 \quad ، x = 0 ، 1 ، 2 \dots \dots ، 5$$

باستخدام الآلة الحاسبة ...

$$P(x = 2) = \boxed{5} \to \boxed{Shift} \to \boxed{\div} \to \boxed{2} \to \boxed{\times} \to \boxed{(0.3} \to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{2} \to \boxed{\times} \to \boxed{(0.7}$$

$$\to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{3} \to \boxed{)} \to \boxed{=} \to \boxed{\frac{3087}{10000}} \to \boxed{S \leftrightarrow D} \to \boxed{0.3087}$$

س100) إذا كانت نسبة الوحدات التالفة في إنتاج آلة معينة هو (0.03) وتم فحص عينة مكونة من (100) وحدة فإن الوسط الحسابي للوحدات التالفة يساوي :

$\mu = 3$

الحل ..

المعطيات .. $P = 0.03$ ، $n = 100$

المطلوب .. قيمة μ .؟

$$\mu = n * P \to \mu = 100 * 0.03 = 3$$

س101) إذا كان المتغير العشوائي Z يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فإن $P(1.12 \le Z \le 1.41)$ يساوي : 0.0521

الحل .... $P(a \le Z \le b) = P(0 \le Z \le b) - P(0 \le Z \le a)$

$$P(1.12 \le Z \le 1.41) = P(0 \le Z \le 1.41) - P(0 \le Z \le 1.12)$$
$$= 0.4207 - 0.3686 = 0.0521$$

س102) في التوزيع الطبيعي المعياري إذا كانت المساحة على يمين القيمة 1.96 تساوي 0.025 ، والمساحة على يسار القيمة 1.96 – تساوي 0.025 فإن المساحة بين القيمتين تساوي : 0.95

الحل ... $P(Z \ge 1.96) = 0.025$ ، $P(Z \le -1.96) = 0.025$

بما أن المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي =1

∴ [مجموع المساحتين] − 1 = المساحة بين القيمتين

$0.95 = 0.05 - 1 = [0.025 + 0.025] - 1 =$ المساحة بين القيمتين

س103) إذا كان x متغيراً عشوائياً يتبع توزيع ذات الحدين بمتوسط $\mu = 12$ وتباين $\sigma^2 = 2.4$ فإن قيمة احتمال النجاح P للمتغير العشوائي x يساوي :

P=0.8

الحل ..... $\mu = n * P$

$$12 = nP \rightarrow (1$$

$$\sigma^2 = nPq \rightarrow \sigma^2 = \mu q$$

$$2.4 = 12q \rightarrow q = \frac{2.4}{12} = 0.2$$

$$q = 1 - P \rightarrow P = 1 - 0.2 = 0.8$$

س104) المتغير العشوائي X في تجربة ذات الحدين يمثل عدد : عدد مرات التجربة الناجحة

س105) عدد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي X في توزيع ذات الحدين يساوي : $x = n + 1$

س106) في توزيع ذات الحدين إذا كان $n = 27$ ، $\mu = 9$ فإن قيمة q تساوي :

$q = \frac{2}{3} = 0.67$

الحل ... $\mu = n * P$

$$9 = 27 * P \rightarrow P = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} = 0.3$$

$$\therefore P = \frac{1}{3}$$

$$q = 1 - P \rightarrow q = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 0.67$$

$$\therefore q = \frac{2}{3}$$

س107) المعالم التي يعتمد عليها توزيع ذات الحدين هي : $(n ، P)$

الحل ... إذا كان X م . ع يتبع توزيع ذات الحدين فإن :

$$X \sim Bin(n ، P)$$

س108) بفرض أن المتغير العشوائي X يتبع توزيع ذات الحدين ، وكان احتمال النجاح يساوي $\frac{3}{5}$ والمتوسط الحسابي يساوي 60 فإن التباين يساوي : $\sigma^2 = 24$

الحل ... المعطيات ...

$P = \frac{3}{5}$ ، $\mu = 60$ ، $q = 1 - P \rightarrow q = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

المطلوب .. قيمة σ^2 .؟

$$\sigma^2 = nPq \rightarrow \sigma^2 = \mu q$$

$$\sigma^2 = 60 * \frac{2}{5} = 24$$

$$\therefore \sigma^2 = 24$$

حل آخر ... $\mu = nP \rightarrow 60 = n * \frac{3}{5} \leftrightarrow n = 60 * \frac{5}{3} = 100$

$$\sigma^2 = nPq \rightarrow \sigma^2 = 100 * \frac{3}{5} * \frac{2}{5} = 24$$

$$\therefore\ \sigma^2 = 24$$

س109) q في توزيع ذات الحدين يمثل : احتمال وقوع النتيجة الغير مرغوب فيها او يمثل احتمال الفشل .

س110) إذا كان $\frac{1}{10}$ من الإنتاج في مصنع معين إنتاجاً تالفاً ، فإذا سحبنا عشوائياً من هذا الإنتاج 6 وحدات ، فإن احتمال أن يكون عدد الوحدات التالفة أكثر من 2 وحدة يساوي : 0.01585

الحل .. باستخدام القانون ..

المعطيات ... $P = \frac{1}{10}$ ، $n = 6$ ، $q = 1 - P \rightarrow q = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

المطلوب ... $P(x > 2)$ ؟.

بفرض أن X م . ع يمثل عدد الوحدات التالفة

دالة كتلة الاحتمال هي :

$$P(X = x) = C_x^n \cdot P^x \cdot q^{n-x} \text{ ، } x = 0 \text{ ، } 1 \text{ ، } \ldots\ldots \text{ ، } n$$

$$P(x > 2) = 1 - (x \le 2)$$

$$P(x > 2) = 1 - [P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)]$$

$$P(x > 2) = 1 - \left[\left(C_0^6 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^0 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{6-0}\right) + \left(C_1^6 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^1 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{6-1}\right) + \left(C_2^6 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{6-2}\right)\right] = 1 - 0.98415 = 0.01585$$

باستخدام الآلة الحاسبة ... تسهيلاً للحل

راح نعوض عن قيمة $P = 0.1$ بدلاً عن $P = \frac{1}{10}$

كذلك راح نعوض عن قيمة $q = 0.9$ بدلاً عن $q = \frac{9}{10}$

$$P(x > 2) = \boxed{1} \to \boxed{-} \to \boxed{[(6} \to \boxed{Shift} \to \boxed{\div} \to \boxed{0} \to \boxed{\times} \to \boxed{0.1}$$

$$\to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{1} \to \boxed{\times} \to \boxed{0.9} \to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{6)} \to \boxed{+}$$

$$\to \boxed{(6} \to \boxed{Shift} \to \boxed{\div} \to \boxed{1} \to \boxed{\times} \to \boxed{0.1} \to \boxed{x^{\blacksquare}}$$

$$\to \boxed{1} \to \boxed{\times} \to \boxed{0.9} \to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{5)} \to \boxed{\times} \to \boxed{(6}$$

$$\to \boxed{Shift} \to \boxed{\div} \to \boxed{2} \to \boxed{\times} \to \boxed{0.1} \to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{2} \to \boxed{\times}$$

$$\to \boxed{0.9} \to \boxed{x^{\blacksquare}} \to \boxed{4)]} \to \boxed{=} \to \boxed{\frac{317}{20000}} \to \boxed{S \leftrightarrow D}$$

$$\to \boxed{0.01585}$$

س111) ليست من خواص التوزيع الطبيعي : عدة إجابات مثلاً

① منحنى التوزيع ملتوي وغير متماثل .

② من التوزيعات الاحتمالية المتقطعة

③ لا يمثل الظواهر الطبيعية

④ المساحة تحت المنحنى $\neq 1$

حل آخر .. أي خاصية باستثناء الخواص الاتية

1) المساحة تحت المنحنى =1

2) يشبه الجرس أو الشكل الناقوسي .

3) المساحة على يمين المنحنى = المساحة على يسار المنحنى =0.5

4) مقاييس النزعة المركزية متساوية (الوسط = الوسيط = المنوال)

5) معامل الإلتواء = صفر بينما المعامل العزمي للتفرطح = 3

6) له قمة واحدة وبالتالي له منوال واحد .

7) متماثل حول وسطه الحسابي μ

8) طرفاه يمتدان إلى مالانهاية دون أن يلامسا المحور الأفقي

س112) إذا علمت أن : $P(Z \leq -2) = 0.0228$ فإن $P(Z \leq 2)$ يساوي :

0.97725



باستخدام القانون ... بما أن المساحة الكلية تحت المنحنى = واحد صحيح

فإن المساحة المطلوبة يسار القيمة 2+ تساوي :

$$P(Z \le 2) = 1 - P(Z \le -2)$$

$$P(Z \le 2) = 1 - 0.0228 = \frac{2443}{2500} = 0.97725$$

باستخدام الآلة الحاسبة ...

$$P(Z \le 2) = \boxed{mode} \to \boxed{3} \to \boxed{AC} \to \boxed{Shift} \to \boxed{1} \to \boxed{5} \to \boxed{1} \to \boxed{2} \to \boxed{=} \to \boxed{0.97725}$$

س113) ألقي حجر نرد متزن عدد n من المرات فكان تباين ظهور العدد 3 هو 5 فإن قيمة n تساوي : 36

الحل ... المعطيات ... $n(A) = 1$ ، $A = \{3\}$

$\sigma^2 = 5$ ، $P = \frac{1}{6}$ ، $q = 1 - P \to q = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

المطلوب ... قيمة n .؟

$$\sigma^2 = nPq$$

$$5 = n * \frac{1}{6} * \frac{5}{6} \to 5 = \frac{5n}{36}$$

حاصل ضرب الطرفين في الوسطين نتحصل على قيمة n

$$n = \frac{5 * 36}{5} = 36$$

$$\boxed{\therefore n = 36}$$

س114) إذا علمت أن المساحة التي على يمين 1.90 تساوي 0.0287 والمساحة التي على يسار 1.90- تساوي 0.0287 فإن المساحة التي بين القيمتين تساوي :

0.9426

الحل ... نعلم ان المساحة تحت منحنى التوزيع = واحد صحيح

وبالتالي فإن : المساحة بين القيمتين $= 1 -$ (مجموع المساحتين)

المساحة بين القيمتين $= 1 - [0.0287 + 0.0287] = 1 - 0.574 = 0.09426$

س115) إذا كانت قيمة المتغير العشوائي X في تجربة ذات الحدين = صفر فإن
هذا يعني أن : عدد المحاولات الناجحة = صفر

أو كل المحاولات فاشلة

